

Marqueurs linguistiques et compétences mathématiques : une étude exploratoire

Sylvie NORMAND-ASSADI, IUFM de Créteil

Lalina COULANGE, IUFM de Créteil & DIDIREM (Paris 7)

Élisabeth DELOZANNE, CRIP5 (Paris 5)

Brigitte GRUGEON-ALLYS, IUFM d'Amiens, DIDIREM (Paris 7)

- Logiciel d'évaluation diagnostique en algèbre PEPITE, LINGOT (Grugeon 1995, Jean et al. 1999)
- Approche pluridisciplinaire : Didactique des maths, Informatique, Ergonomie, et Linguistique

*Prise en compte des productions d'élèves
Sur des exercices à réponse ouverte :
« dans leurs propres mots » / langage mathurel*

Un exercice de Pépité

Des justifications en langage « mathurel »



PépiTest

Fichier Édition Outils Aide

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Indiquez si les propriétés suivantes sont vraies pour toutes valeurs de a.
Justifiez votre réponse.

$a^3 a^2 = a^5$	<input type="radio"/> vrai <input checked="" type="radio"/> faux	3+2=5
$a^2 = 2a$	<input type="radio"/> vrai <input checked="" type="radio"/> faux	$a^2 = a \times a$ $2a = 2 \times a$
$2a^2 = (2a)^2$	<input type="radio"/> vrai <input checked="" type="radio"/> faux	avec les parrentès, on prend tous les chiffres à l'intérieur donc le résultat est fifférent sans les parrentèses

Première classification quantitative



- **168 élèves (15-16 ans)**
 - Fin collège – début lycée
- **Population étudiée : 52 élèves**
 - Au moins une justification en langage mathématique
- **Première classification quantitative**
 - Global : 2 groupes
 - Groupe 1 (24) : 3 bons choix / 3 questions
 - Groupe 2 (28) : au moins un choix incorrect
 - Local : 4 catégories de réponse (CC, CP, CI, II)
 - Choix : Correct, Incorrect
 - Justification : Correcte, Partielle, Incorrecte

- **Hypothèses :**
 - Une étude linguistique pour améliorer la classification des justifications d'élèves
 - Les formulations en langage mathurel comme indicateurs de compréhension des élèves

- **Objectif :**

Relier l'usage de structures et de marqueurs linguistiques au niveau de développement de la pensée algébrique des élèves

Pour chaque question :

- Caractéristiques de l'égalité d'un point de vue math.
- Description des structures/marqueurs linguistiques utilisés par les élèves de chaque catégorie (CC, CP, CI, II)
- Définition d'une typologie des justifications d'élèves basée sur 4 registres :

Argumentatif, Descriptif, Explicatif, Légal

Nous faisons l'hypothèse que :

L'utilisation de ces registres est lié à différents niveaux d'entrée dans la pensée algébrique :

Conceptuel, Contextuel, Formel scolaire

- **Etape 1 : point de vue linguistique**
 - Classification quantitative / analyse empirique des données
- **Etape 2 : point de vue linguistique et didactique**
 - Classification qualitative des justifications d'élèves
- **Etape 3 : point de vue linguistique et didactique**
 - Variables de la tâche ↔ Productions linguistiques
- **Etape 4 : point de vue didactique**
 - Projection sur des profils d'élèves en algèbre

- Références :
 - Alevén, Koedinger & al 2003
 - Daniel & al. 1992, 1993
 - Rosé & al 2003, Graesser & al 2003

Outil de classification : Registre / niveau d'entrée en algèbre

Registre	Niveau
<i>Argumentatif</i> : L'élève a recours à des relations (conséquence, restriction, opposition) pour expliciter ses arguments.	<i>Conceptuel</i> : L'élève manie les concepts
<i>Descriptif</i> : L'élève décrit les éléments du contexte posé par l'égalité donnée.	<i>Contextuel</i> : L'élève reprend des éléments significatifs du contexte
<i>Explicatif</i> : L'élève a recours à la causalité relativement à l'égalité donnée	<i>Formel/Scolaire</i> : L'élève applique des règles formelles
<i>Légal</i> : L'élève appuie son discours sur une dimension légale en utilisant des verbes modaux.	



Entrée
dans la
pensée
algébrique

Classification qualitative

Analyse des productions associées à $a^3a^2=a^5$



Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation</i>	Conceptuel	Le produit de deux nombres identiques à exposants différents est ce même nombre mais avec leurs exposants ajoutés tous deux, donc a puissance 2+3	<i>mais, donc</i>	3 (sur 9)
CC	<i>Descriptif</i>	Contextuel	quand on multiplie des mêmes nombres avec des puissances, on additionne les puissances et le nombre reste inchangé	<i>lorsque, quand, lors, dans</i>	5 (sur 9)
CP			Dans les multiplication à puissances, on additionne les exposants		15 (sur 26)
CP	<i>Explicatif</i>	Formel	c'est vrai car on additionne les 2 exposent	<i>car, c'est vrai car</i>	7 (sur 26)
II	<i>Légal</i>	Formel scolaire	il ne faut pas additionné les puissances mais les multiplier	<i>il faut, il ne faut pas, on doit</i>	4 (sur 8)
CC, CP, CI, II <i>hors catégories repérées</i>			1 CC (sur 9), 3 CP (sur 26), 5 CI (sur 5), 4 II (sur 8), 4 non justifiés		

Classification qualitative

Analyse des productions associées à $a^2=2a$



Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation opposition</i>	Conceptuel	a^2 signifie axa alors que $2a$ signifie $a \times 2$	<i>tandis que , et non pas, alors que</i>	11 (sur 22)
CC	<i>Argumentation coordination</i>	Conceptuel	car le premier ça fait a fois a et le deuxième ça fait 2 fois a	<i>Et, donc</i>	9 (sur 22)
CP	<i>Descriptif</i>	Contextuel	c'est « $a+a$ » qui est égal à $2a$.	<i>C'est, ça fait, c'est, est égal à</i>	5 (sur 11)
II	<i>Explicatif</i>	Formel	c'est vrai car la lettre a qui est élevé au carré donne $2a$ ($axa = 2a$).	<i>Car, c'est vrai car</i>	6 (sur 10)
CC, CP, CI, II hors catégories repérées			2 CC (sur 22), 6 CP (sur 11), 3 CI (sur 3), 4 II (sur 10), 6 non justifiés		

Classification qualitative

Analyse des productions associées à $2a^2=(2a)^2$



Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation opposition</i>	Conceptuel	Dans la première partie de l'équation, seul a est au carré alors que dans la deuxième, le produit de $2a$ est au carré	<i>tandis que, et non pas, alors que</i>	14 (sur 19)
CC	<i>Argumentation coordination</i>	Conceptuel	car $2a^2$, c'est a qui est au carré. Et $(2a)^2$, c'est $2a$ qui est au carré.	<i>Et, donc</i>	5 (sur 19)
CP	<i>Descriptif restriction</i>	Contextuel	comme il n'y a pas de parenthèses, c'est seulement la valeur « a » que l'on multiplie par elle-même	<i>C'est juste, seulement,</i>	4 (sur 8)
II	<i>Explicatif</i>	Formel scolaire	Car on multiplie de gauche à droite	<i>Car, c'est vrai car</i>	2 (sur 5)
II	<i>légal</i>	Formel scolaire	on a le droit de mettre des parenthèses à un chiffre	<i>on a le droit, on peut</i>	2 (sur 5)
CC, CP, CI, II hors catégories repérées			4 CP (sur 8), 3 CI (sur 3), 1 II (sur 5), 16 non justifiés		

Classification qualitative

Quelques résultats



$a^3 a^2 = a^5$: l'égalité vraie, proche d'une règle du cours

défavorise l'emploi du registre conceptuel sauf pour des élèves de niveau avancé (Gr1)

=> registre contextuel (justifications partielles / élément variant)

favorise l'emploi du registre légal

$a^2 = 2a$: l'égalité fausse, « non proche » d'une règle du cours

défavorise emploi du registre contextuel => registres conceptuels (opposition : + Gr1, coordination Gr1/2)

défavorise l'emploi du registre légal => registre explicatif

$2a^2 = (2a)^2$: l'égalité fausse, présence de parenthèses

défavorise emploi du registre contextuel => registres conceptuels (opposition : + Gr1, coordination Gr1/2)

Registre légal (rôle des parenthèses / élément variant)/explicatif

- **Des variables inférant sur discours mathurel de l'élève :**
 - - *égalité vraie / égalité fausse*
 - - *complexité des expressions algébriques qui peuvent être développées, réduites...*
 - - *présence dans l'égalité d'éléments variants/invariants d'un membre à l'autre de l'égalité*
 - - *présence dans l'égalité d'éléments spécifiques du cours : rôle des parenthèses, proximité apparente de règles usuelles...*

3 élèves : Juliette, Arthur et Rémi

Juliette

- Gr1 mais 2 justifications type explicatif/légal sur 3 (pour $a^2 = 2a$ « faux » : *il faut* multiplier les a au carré)
- Profil d'élève : réussite moyenne au test, difficultés à interpréter les écritures algébriques
- Un extrait d'entretien : j'ai beaucoup de mal... en fait, par exemple, pour factoriser, développer, réduire. En fait, je sais comment ça se manie. Mais je sais pas à quoi ça correspond. Parce que je peux faire un développement mais je sais pas si c'est développer, ou réduire, ce que je fais (...) Je sais pas en fait à quoi ça signifie.

Arthur

- Gr1 et 2 justifications type argumentatif sur 3 (pour $a^2 = 2a$ « faux » : $a^2 = a \times a$ *et non pas 2a*)
- Profil d'élève : très bonne réussite au test, aspect généralisation de l'algèbre
- Un extrait d'entretien : on doit essayer au contraire de créer une fonction donc qui comporte une inconnue pour qu'elle soit valable avec n'importe quelle exemple de cette inconnue, n'importe quelle valeur (...) Là, on essaie d'ouvrir, le cas à plusieurs possibilités, avec plusieurs valeurs.

Un cas plus mitigé : Rémi

- Gr1 mais avec des justifications entre explicatif et argumentatif (pour $a^2 a^3 = a^5$ « vrai » : car si on prend comme exemple 3, $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$; pour $a^2 = 2a$ « faux » : car $a \times 2$ est différent de $a \times a$)
- Profil d'élève : assez bonne réussite au test, entre l'inconnue et le nombre généralisé
- Un extrait d'entretien : Ben sans l'algèbre, on aurait / Je sais pas, on vivrait avec des nombres précis qui (...) On resterait avec des nombres comme ça. Puis on pourrait pas chercher d'autres, d'autres. Même par exemple, quand on fait une addition... Même quand on fait une addition, il y a une inconnue, hein ?

Projection Quantitative

Panel de 200 profils d'élèves

Corrélations entre l'étude de 200 profils d'élèves en algèbre / PEPITE
et l'analyse linguistique des productions d'élèves à l'exo 2

Plusieurs tendances qui semblent se confirmer, notamment :

- Justifications type argumentatif \Leftrightarrow Profils d'élèves avancés en algèbre
- Profils d'élèves en difficulté en algèbre \Rightarrow Justifications type explicatif, légal

Mais :

- Justification type descriptif, explicatif voire légal \Leftrightarrow Profils d'élèves plus ou moins marqués
- Cas « ambigus » comme celui de *Rémi*

Travail en cours...



- Une classification de productions en langage mathurel
 - Basée sur la corrélation entre :
 - **Réussite de la tâche, registres discursifs et niveau d'entrée dans la pensée algébrique**
 - Appliquée à un panel de 200 élèves
- Validation en cours
 - Par la confrontation systématique de
 - **La réussite de la tâche (ex 2)**
 - Exactitude des choix et des justifications
 - **La nature linguistique des productions en langage mathurel**
 - Basée sur l'analyse des structures/marqueurs linguistiques
 - **Le profil d'élève**
 - Rendu par le logiciel Pépité
 - En testant notre classification
 - **Même type de tâches (montrer qu'une égalité algébrique vraie/fausse)**
 - **Variations sur les variables identifiées (propriétés de l'égalité)**