

Extraction de pépites de connaissances dans des réponses d'élèves en langage naturel¹

Sylvie Normand-Assadi¹, Lalina Coulange^{1,3}, Élisabeth Delozanne²,
Brigitte Grugeon^{3,4}

¹IUFM de Créteil, Rue Jean Macé, 94861 BONNEUIL Cedex, France
{sylvie.normand, lalina.coulange, elisabeth.delozanne}@creteil.iufm.fr

²CRIP5 - Paris V, 45-46 rue des Saints-Pères, 75 006 PARIS, France

³DIDIREM - Paris VII, 2, Place Jussieu, 75 251 PARIS Cedex 05, France

⁴IUFM d'Amiens 49, boulevard de Châteaudun 80044 AMIENS CEDEX,
brigitte.grugeon@amiens.iufm.fr

Résumé :

Le projet Pépité a pour objectif de permettre un diagnostic fin des compétences des élèves en algèbre élémentaire pour permettre aux enseignants de gérer la diversité cognitive de leurs élèves. La métaphore est de trouver dans les réponses des élèves les granules de connaissances (les pépites) qui permettent de construire des connaissances nouvelles (les lingots). Nous présentons ici une étude pluridisciplinaire (linguistique, didactique et informatique) pour améliorer le « Pépité Mining ». En mettant en parallèle une analyse didactique et des marqueurs linguistiques à partir d'un corpus recueilli à partir de l'utilisation d'un logiciel- le logiciel Pépité, l'objectif est d'améliorer l'évaluation des réponses des élèves aux questions ouvertes quand les élèves répondent dans leurs propres mots. Dans un premier temps, nous situons notre étude. Puis nous présentons notre méthodologie et l'analyse linguistique des données recueillies. Nous montrons ensuite la pertinence des résultats de cette analyse avec le point de vue de la recherche sur l'enseignement des mathématiques. Nous présentons enfin les perspectives ouvertes par ce travail et nous interrogeons sur les apports d'approches EGC à la problématique du diagnostic de compétences.

Mots-clé :

Gestion des compétences et des connaissances, modélisation cognitive, marqueurs linguistiques, diagnostic de compétences

1 Introduction

L'analyse des réponses d'élèves exprimées dans leurs propres mots est un verrou sur lequel butent de nombreux projets en EIAH [Rosé et al 03a]. Beaucoup de travaux s'intéressent à l'analyse automatique des explications produites en langage naturel et des interactions verbales d'étudiants (avec des pairs, avec l'enseignant), ou se centrent sur l'utilisation de modèles linguistiques dans la conception de logiciels d'apprentissage [Aleven et al 02, Arroyo et al 01, Rosé et al 03]. Comment prendre en compte la diversité des productions spontanées d'élèves « dans leurs propres mots » dans une analyse

¹ Ce travail a déjà été publié dans des versions plus courtes dans les conférences Intelligent Tutoring Systems 2004 et TICE 2004.

informatisée ? En quoi la nature de ces productions peut-elle nous informer sur les apprentissages ou leurs dysfonctionnements ?

Notre étude vise à apporter des éléments de réponses à ces questions, dans un contexte très spécifique d'un logiciel d'évaluation diagnostique en algèbre élémentaire.

Cette étude se situe dans le cadre du projet Pépite² qui vise à concevoir un logiciel pour évaluer des compétences en algèbre élémentaire. Il s'agit d'analyser les erreurs et les cohérences de raisonnement d'élèves en algèbre en analysant leurs réponses à un test spécialement conçu pour couvrir les principales dimensions de la compétence algébrique de base. L'objectif est, à partir de ce diagnostic de proposer des situations d'apprentissage adaptées aux profils d'élèves ainsi repérés. Ce projet a donné lieu à la réalisation d'un logiciel nommé Pépite qui ne se contente pas de répertorier des erreurs, mais explicite aussi les conceptions ou les fonctionnements sous-jacents à la production de ces erreurs [Grugeon 95, Jean et al 99]. Pour les didacticiens des mathématiques de notre équipe, il s'avère indispensable de recueillir des réponses où les élèves s'expriment dans leurs propres termes, même si le logiciel n'est pas capable à ce jour d'en faire une analyse automatique complète et fiable.

Dans ce texte, nous présentons une étude linguistique menée afin d'améliorer, dans le logiciel Pépite, le diagnostic de ce type de réponses, exprimées par les élèves eux-mêmes, dans leur propre langage. Tout d'abord, nous montrons comment cette étude s'inscrit dans l'ensemble du projet. Puis nous présentons notre méthodologie et l'analyse des données recueillies. Nous articulons ensuite les résultats de cette étude linguistique avec un point de vue issu de la didactique des mathématiques. En guise de conclusion, nous dégageons des perspectives pour dépasser les limitations de ce travail en adoptant une approche EGC..

2 Les justifications d'élèves dans Pépite

Nous avons conçu un logiciel [Jean et al 99, Delozanne et al 00] surnommé Pépite sur la base des travaux sur l'enseignement de l'algèbre de Grugeon [Grugeon 95, Artigue et al 01] qui propose une modélisation cognitive multidimensionnelle de la compétence algébrique élémentaire. Le logiciel est composé de trois modules PépiTest, PépiDiag et PépiProf. PépiTest propose aux élèves un test et recueille l'ensemble de leurs réponses. Le système de diagnostic PépiDiag analyse automatiquement la plupart de ces réponses. PépiProf permet à l'enseignant d'accéder au diagnostic ainsi établi, de le compléter, de le modifier. Le logiciel construit enfin un profil cognitif qui permet d'obtenir un regard d'ensemble sur la compétence algébrique construite par l'élève concerné. Nous avons testé Pépite avec des enseignants pendant les trois dernières années [Delozanne et al 03]. Ces expérimentations ont montré que les enseignants, sauf exception, n'avaient pas le temps de compléter ou d'étudier le diagnostic détaillé rendu par le logiciel. Sauf en des cas très critiques, ils demandent un diagnostic entièrement automatisé, qui permettrait

² Ce projet est co-financé par les différents laboratoires et équipes auxquels appartiennent les participants et par le Ministère de la Recherche dans le cadre du programme Cognitique, école et sciences cognitives (appel d'offres 2002)

d'obtenir rapidement une vue synthétique sur les compétences de leurs élèves. De plus, dans une optique de e-learning, disposer d'un diagnostic automatique fiable est indispensable. C'est donc un des objectifs que nous nous sommes fixés.

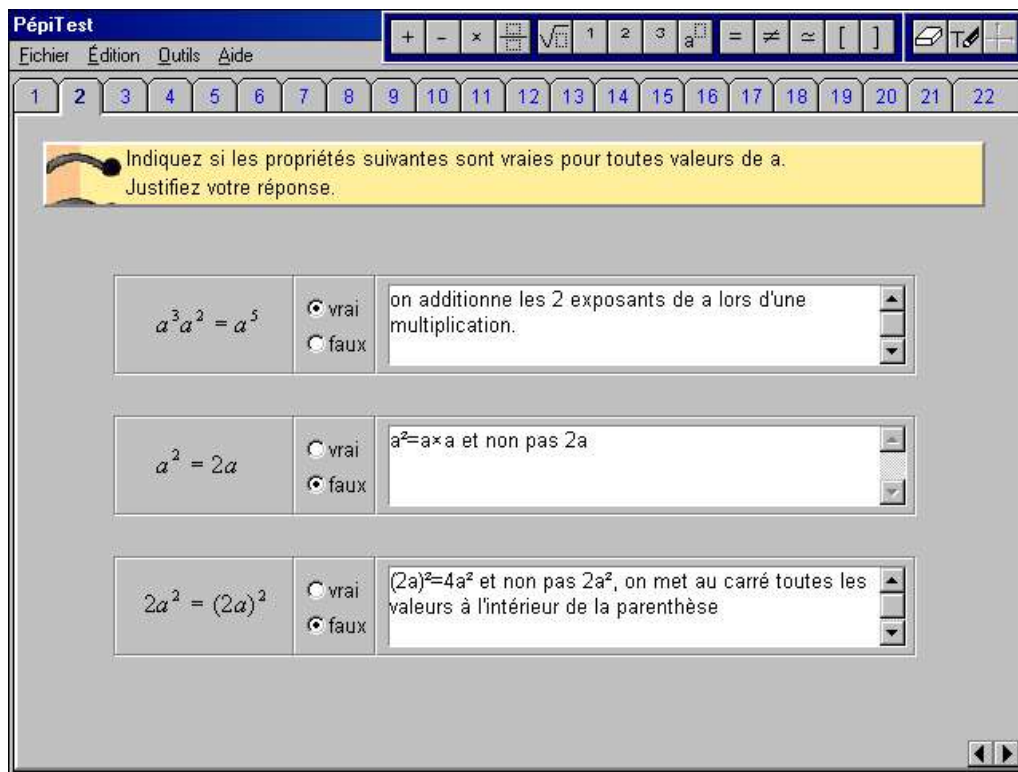


Figure 1: réponses d'Arthur à l'exercice 2 de PépiTest

La première version de PépiDiag analyse bien sûr toutes les réponses aux questions fermées et les réponses aux questions ouvertes³ du test, uniquement lorsque celles-ci correspondent à une seule expression algébrique. Une première amélioration du système permet l'analyse automatique des réponses constituées de plusieurs expressions algébriques. Mais le logiciel n'est pas encore capable à ce jour d'analyser les réponses exprimées en langage « mathurel » (Cf. figure 2). Par mathurel, nous entendons langage utilisé par les élèves, mélangeant le langage naturel et l'emploi de termes spécifiques aux mathématiques [Rasseneur et al 02].

Le tableau 1 montre une partie de l'analyse didactique des justifications produites par les élèves sur l'exercice présenté à la figure 1, en référence à une modélisation cognitive multidimensionnelle de la compétence algébrique élémentaire [Artigue et al 2001, Grugeon 95]. Dans cette analyse didactique pour détecter que les étudiants s'appuient sur des arguments de l'autorité scolaire, on relève des expressions : « il faut », « on doit »,

³ Par questions « ouvertes », nous voulons dire que celles-ci induisent une production spontanée de la part de l'élève.

« on ne peut pas » ou des règles fausses (par exemple : « pour multiplier des puissances on multiplie des exposants »). En d'autres termes, il s'agit pour ces élèves de respecter des règles formelles, apparemment dénuées de sens pour eux. Cette première classification semblait suffisante pour le diagnostic humain, mais manquait de précision pour être utilisée de façon systématique par un système informatique.

Pour améliorer le diagnostic automatique les concernant, nous avons mené une étude exploratoire des données recueillies, d'un point de vue linguistique et articulé ce point de vue avec un point de vue didactique.

Niveau de rationalité, preuve par...	Type de justifications	Registre d'expression	Exemples de justification d'élèves en réponse à la première question de l'exercice 2
Algèbre	Donner une règle correcte ou une définition	algébrique	$a^2 a^3 = a^{2+3}$ $a^n a^p = a^{n \times p}$
Exemple numérique	Essayer avec un ou plusieurs nombres	numérique	$2 \times 2^2 = 32$
Explications	Donner des explications	langage mathurel	"c'est vrai car les exposants sont additionnés"
			Le produit de deux nombres identiques à exposants différents est ce même nombre mais avec leurs exposants ajoutés tous deux, donc a puissance 2+3
Formel scolaire	Donner une règle formelle scolaire	langage mathurel	"On ne doit pas multiplier les exposants" "C'est une loi fondamentale"

Tableau 1. Analyse (humaine) de justifications d'élèves associées à l'égalité " $a^2 * a^3 = a^5$ " par Grugeon

3 Méthodologie

Les études de Péry-Woodley et Prince [Daniel et al 92, Péry-Woodley 93, Prince 95] ont conforté l'hypothèse selon laquelle des marqueurs linguistiques de surface permettent de repérer différentes approches des tâches de définition ou d'explication par des apprenants ou des experts. Nous adoptons une méthodologie analogue à celle employée par ces auteurs fondée sur une étude empirique d'un corpus de réponses d'élèves et une mise en relation des marqueurs linguistiques avec une catégorisation des différentes approches de la tâche à effectuer.

Dans l'exercice 2 de PépiTest cité ci-dessus (fig. 1) sur lequel nous avons travaillé, le type de tâche proposée aux élèves est de « valider ou invalider l'égalité de deux expressions algébriques par l'assertion vrai/faux puis justifier cette assertion ». Cet exercice est constitué de trois questions et pour chaque question, la réponse de l'élève est composée d'un choix (vrai/faux) et d'une justification (correspondant aux arguments donnés pour justifier le choix vrai/faux).

Pour cet exercice, nous disposons des traces produites par 168 élèves de troisième et seconde ayant passé le test avec le logiciel Pépite. Les justifications sont de différents ordres : justification algébrique, en langage mathurel, mixte, absence de justification. L'étude porte sur les élèves ayant donné au moins une justification exprimée en langage mathurel (52 productions).

Les justifications écrites par les élèves sont étudiées comme des actes de discours [Searle 69] accomplis par les élèves dans le contexte de la tâche considérée. Nous relierons ce que disent les élèves (actes locutionnaires), à ce qu'ils signifient en disant cela (actes illocutionnaires) et à ce qu'ils accomplissent en disant cela [Austin 62]. Dans le cadre de cette étude, les actes de langage produits par les élèves sont conditionnés par le contexte (ici de justifier leurs choix vrai/faux). Nous apprécions la force illocutionnaire des énoncés produits par les élèves en fonction de l'objectif de l'énonciation, correspondant à la tâche prescrite : « valider ou invalider l'égalité entre deux expressions algébriques par le choix vrai/faux et justifier ce choix ». Nous nous inscrivons dans le courant de la pragmatique intégrée [Ducrot 84] qui associe à la description linguistique les caractéristiques pragmatiques de l'énonciation. Nous relevons ainsi des marqueurs et des structures linguistiques formelles utilisées par les élèves et les interprétons afin d'octroyer à leurs justifications une orientation qui les inscrit dans un registre discursif.

Nous avons dans un premier temps distingué deux groupes d'élèves en fonction de l'exactitude de leurs choix :

- Groupe 1 : élèves ayant fait des choix corrects « vrai/faux » pour les trois questions de l'exercice (24 élèves)
- Groupe 2 : élèves ayant fait au moins un choix incorrect « vrai/faux » en réponse à une des questions posées (28 élèves).

Pour ces deux groupes, nous avons codé le caractère « correct » (C) ou « incorrect » (I) du choix entre vrai et faux de l'élève ainsi que le caractère « correct » (C), « partiel » (P) ou « incorrect » (I) de sa justification⁴.

Nous obtenons ainsi des combinaisons telles que : choix correct / justification correcte (CC), choix correct / justification partielle (CP), choix correct / justification incorrecte (CI), choix incorrect/justification incorrecte (II).

Les Tableaux 1 et 2) synthétisent les répartitions de ces combinaisons obtenues au sein des deux groupes d'élèves considérés.

Dans cette étude, nous cherchons à dégager les critères linguistiques qui peuvent nous apporter des informations, relativement à la réussite des élèves à l'exercice (choix corrects/incorrects et justifications correctes/incorrectes/partielles), voire à leurs compétences en algèbre. Pour chaque question, nous relevons des caractéristiques de l'égalité d'un point de vue mathématique qui sont susceptibles d'influencer la nature de ces critères. Puis, pour chaque catégorie de réponses codées, nous mettons en avant les formes linguistiques utilisées par les élèves, qui permettent d'élaborer une typologie des justifications produites.

questions	CC	CP	CI	total
1) $a^3 a^2 = a^5$	5	17	2	24
2) $a^2 = 2a$	14	6	2	23
3) $2a^2 = (2a)^2$	15	5	1	21

Tableau 2: Combinatoires du groupe 1 (Gr1: choix corrects pour les trois questions-24 élèves)

questions	CC	CP	CI	II	total
-----------	----	----	----	----	-------

⁴ Il s'agit ici d'un codage effectué par les chercheurs et non par le logiciel

1) $a^3 a^2 = a^5$	4	9	3	8	25
2) $a^2 = 2a$	8	5	1	10	24
3) $2a^2 = (2a)^2$	4	3	2	5	16

Tableau 3: Combinatoires du groupe 2 (Gr2: au moins un choix incorrect -28 élèves)

Modes de discours	Niveau d'entrée dans l'algèbre	Code	C O M P É T E N C E A L G È B R I Q U E
<i>Argumentatif :</i> L'élève a recours à des relations (conséquence, restriction, opposition) pour expliciter ses arguments.	<i>Conceptuel :</i> L'élève manie les concepts	CC	
<i>Descriptif :</i> L'élève décrit les éléments du contexte posé par l'égalité donnée.	<i>Contextuel :</i> L'élève reprend des éléments significatifs du contexte	CC, CP	
<i>Explicatif :</i> L'élève a recours à la causalité relativement à l'égalité donnée.	<i>Formel/Scolaire :</i> L'élève applique ou reprend des règles formelles et non significative	CP, CI, II	
<i>Légal :</i> L'élève appuie son discours sur une dimension légale en utilisant des verbes modaux.			

Tableau 4 : classification a priori des justifications d'élèves

D'un point de vue didactique, nous distinguons *a priori* différents registres linguistiques employés (argumentatif, descriptif, explicatif, « légal ») par les élèves dans leurs justifications (tableau 4). Nous faisons l'hypothèse que l'emploi de ces registres révèle différents niveaux de discours (conceptuel, contextuel, formel scolaire) qui peuvent être corrélés avec la réussite des élèves à la tâche, voire au développement de leurs compétences en algèbre.

4 Analyse des données

4.1 Question 1: $a^3 a^2 = a^5$

Caractéristiques mathématiques de l'égalité

Cette égalité est vraie. De plus, elle est très proche d'une règle algébrique ($a^m a^n = a^{m+n}$) qui fait partie du curriculum officiel : on la trouve dans chaque manuel scolaire et elle apparaît fréquemment dans les cours d'algèbre.

Analyse linguistique

Voici pour cette première question les différentes catégories de productions présentées selon les codes adoptés.

CC – Choix correct / Justification correcte : argumentatif et conceptuel

L'élève utilise des conjonctions de coordination qui lui permettent de marquer les relations auxquelles il a recours, du type *conséquence*, *restriction*, avec des conjonctions

de coordination du type « mais », « donc ». Il inscrit son discours dans le *registre argumentatif* et ancre son raisonnement dans le *conceptuel*.

Exemple: « Le produit de deux nombres identiques à exposants différents est ce même nombre mais avec leurs exposants ajoutés tous deux, donc a puissance $2+3$ »

CC – Choix correct / Justification correcte : descriptif et contextuel

L'élève utilise une phrase complexe construite à partir d'une proposition principale et d'une proposition subordonnée situationnelle, soit juxtaposée soit enchâssée, en utilisant des conjonctions temporelles ou spatiales : lorsque, quand, lors, dans. La première proposition porte « l'acte » (on ajoute, on additionne) la seconde pose le « contexte » (lors d'une multiplication, dans une multiplication) qui est défini et nécessaire à la réalisation de l'acte. Il inscrit ainsi son discours dans le registre *descriptif* situationnel et ancre sa justification au niveau *contextuel*.

Exemple: « quand on multiplie des mêmes nombres avec des puissances, on additionne les puissances et le nombre reste inchangé »

CP – Choix correct / Justification partielle : descriptif et contextuel

L'élève utilise une phrase complexe identique à celle décrite précédemment. Cependant, sa justification est considérée comme partielle dans la mesure où l'élève ne fait pas mention de toutes les conditions nécessaires à l'application de la règle donnée dans le cours (nombres multipliés identiques). Ceci peut s'expliquer par le fait que l'élève s'appuyant sur le contexte donné par l'item, ne s'attache qu'aux éléments variants d'un membre à l'autre de l'égalité (les exposants 3, 2 et 5), pour délaissier l'élément invariant (le nombre indéterminé a). Pour ce type de justifications, les marqueurs linguistiques employés sont identiques à ceux de la catégorie précédente : lorsque, quand, dans.

Exemple : « quand on multiplie des nombres avec des puissances il faut additionner les puissances »

CP – Choix correct / Justification partielle : explicatif, légal et formel scolaire :

Tout comme dans le cas précédent, les élèves considèrent seulement les éléments variants du membre de droite au membre de gauche de l'égalité. Mais au lieu de replacer ces arguments relativement au contexte posé par l'égalité, ils ont recours à la causalité marqué dans leur discours par « car », « c'est vrai car ». Certains d'entre eux utilisent des verbes modaux qui indiquent la faisabilité ou la possibilité, voire l'obligation (« il faut »).

Par ces recours, les élèves inscrivent leur discours dans le registre *explicatif*, voire *légal* et ne formulent que partiellement la règle sans mentionner le contexte d'application. Ces justifications sont considérées comme *formelles scolaires*: en d'autres termes, les élèves concernés interprètent cette égalité comme respectant les lois formelles du calcul algébriques, sans pour autant lui donner du sens.

Exemples : « c'est vrai car on additionne les 2 exposent », « car il faut additionner les puissances »

II – Choix incorrect / Justification incorrecte : légal et formel scolaire :

L'élève utilise des verbes modaux tels que « falloir » et « devoir » pour justifier son choix. Ces verbes inscrivent le discours dans une dimension *légal* où le choix n'est pas

posé quant à la réalisation du possible mais dicté par une règle incorrecte parfois formulée (comme $a^m a^n = a^{mn}$).

Exemple : « on doit faire une soustraction entre les deux chiffres du haut »

Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation</i>	Conceptuel	Le produit de deux nombres identiques à exposants différents est ce même nombre mais avec leurs exposants ajoutés tous deux, donc a puissance 2+3	<i>mais, donc</i>	3 (sur 9 CC) 3 Gr1
CC	<i>Descriptif</i>	Contextuel	quand on multiplie des mêmes nombres avec des puissances, on addition les puissances et le nombre reste inchangé	<i>lorsque, quand, lors, dans</i>	5 (sur 9 CC) 1 Gr1
CP			Dans les multiplication à puissances, on additionne les exposants		4 Gr2 15 (sur 26 CP) 12 Gr1, 3 Gr2
CP	<i>Explicatif</i>	Formel	Dans les multiplication à puissances, on additionne les exposants	<i>car, c'est vrai car</i>	6 (sur 26 CP) 6 Gr2
II	<i>Légal</i>	Formel scolaire	il ne faut pas additionné les puissances mais les multiplier	<i>il faut, il ne faut pas, on doit</i>	4 (sur 8) 4 Gr2
CC, CP, CI, II hors catégories repérées			1 CC (sur 9), 3 CP (sur 26), 5 CI (sur 5), 4 II (sur 8), 4 non justifiés		

Tableau 5 : réponses associées à l'égalité $a^3 a^2 = a^5$

4.2 Question 2: $a^2 = 2a$

Caractéristiques mathématiques de l'égalité

L'égalité donnée est fautive. Par ailleurs, elle ne ressemble à aucune règle classique donnée dans les cours d'algèbre.⁵

Analyse linguistique

CC – Choix correct / Justification correcte : *argumentatif (opposition) et conceptuel* :

L'élève utilise une phrase complexe construite à partir d'une proposition principale et d'une proposition subordonnée circonstancielle. Les deux propositions sont articulées par une locution conjonctive d'opposition : « tandis que », « alors que », « et non pas ». L'élève marque explicitement la relation d'opposition existante entre les deux propositions qu'il formule. Il inscrit son discours dans le registre argumentatif qui révèle un niveau conceptuel.

Exemple : « a^2 signifie $a \times a$ alors que $2a$ signifie $a \times 2$ »

CC – Choix correct / Justification correcte : *argumentatif (coordination) et conceptuel* :

Comme pour la catégorie précédente, les élèves utilisent une phrase complexe mais cette fois, les propositions principale et subordonnée sont liées par une conjonction de coordination « et ». Le lien entre les deux propositions est établi mais non spécifié, contrairement au cas précédent où l'opposition est explicitement marquée.

⁵ En ceci elle est différente d'une égalité fautive comme $a^3 a^2 = a^6$ qui ressemble à la règle $a^m a^n = a^{m+n}$.

Exemple : « car le premier ça fait a fois a et le deuxième ça fait 2 fois a »

CP – Choix correct / Justification partielle : descriptif et contextuel

Dans cette catégorie, le lien avec un membre de l'égalité devient implicite : seul un des deux membres est considéré. L'élève ne porte son intérêt que sur l'expression algébrique de ce membre et décrit des expressions algébriques équivalentes en les introduisant par « c'est », « ça fait ». Il inscrit son discours dans un registre descriptif et le niveau reste contextuel.

Exemple : « c'est « a+a » qui est égal à 2a. »

II – Choix incorrect / Justification incorrecte : explicatif et formel

L'élève a recours à la causalité marquée dans son discours par l'utilisation de « car » ou « c'est vrai car ». Son discours s'ancre dans le registre explicatif en utilisant des arguments formels erronés.

Exemple : « car le a au carré vaut bien deux fois a »

Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation opposition</i>	Conceptuel	a^2 signifie $a \times a$ alors que $2a$ signifie $a \times 2$	<i>tandis que , et non pas, alors que</i>	11 (sur 22 CC) 9 Gr1, 2 Gr2
CC	<i>Argumentation coordination</i>	Conceptuel	car le premier ça fait a fois a et le deuxième ça fait 2 fois a	<i>Et, donc</i>	9 (sur 22 CC) 5 Gr1, 4 Gr2
CP	<i>Descriptif</i>	Contextuel	c'est « a+a » qui est égal à 2a.	<i>C'est, ça fait, c'est, est égal à</i>	5 (sur 11 CP) 3 Gr1, 2 Gr2
II	<i>Explicatif</i>	Formel	c'est vrai car la lettre a qui est élevé au carré donne 2a ($a \times a = 2a$).	<i>Car, c'est vrai car</i>	6 (sur 10 II) 6 Gr2
CC, CP, CI, II hors catégories repérées			2 CC (sur 22), 6 CP (sur 11), 3 CI (sur 3), 4 II (sur 10), 6 non justifiés		

Tableau 6 : réponses associées à l'égalité $a^2 = 2a$

4.3 Question 3: $2a^2 = (2a)^2$

Caractéristiques mathématiques de l'égalité

L'égalité donnée est fautive. Comme la précédente elle ne ressemble à aucune règle classique donnée dans les cours d'algèbre. Notons cependant que le membre de droite de l'égalité contient des parenthèses : les professeurs de mathématiques explicitent souvent le rôle des parenthèses dans le calcul numérique ou algébrique.

Analyse linguistique

CC – Choix correct / Justification correcte : argumentatif (opposition) et conceptuel :

Comme pour la question précédente, l'élève utilise une phrase complexe comprenant une proposition principale et une proposition subordonnée. Les propositions sont articulées par une locution conjonctive qui marque l'opposition entre les deux membres de l'égalité donnée : « tandis que », « alors que », « et non pas ». L'élève met parfois en avant le rôle joué par les parenthèses dans cette opposition. Son discours se situe dans le registre argumentatif et est de niveau conceptuel.

Exemple : « Dans la première partie de l'équation, seul a est au carré alors que dans la deuxième, le

produit de $2a$ est au carré »

CC – Choix correct / Justification correcte : argumentatif (coordination) et conceptuel :
L'élève utilise à nouveau une phrase complexe de structure similaire à la précédente mais les propositions sont liées par une conjonction de coordination « et ». Il juxtapose les propositions, en considérant séparément chaque membre de l'égalité, sans expliciter d'opposition.

Exemple : « car $2a^2$, c'est a qui est au carré. Et $(2a)^2$, c'est $2a$ qui est au carré. »

CP – Choix correct / Justification partielle : descriptif (restriction) et contextuel :
Le lien avec l'un des membres de l'égalité reste implicite. L'élève considère un seul des deux membres de l'égalité : il s'intéresse seulement au membre de droite, en introduisant sa description par « c'est ». L'élève explicite souvent le fait que le carré ne s'applique qu'à la variable a (à cause de l'absence de parenthèses) en utilisant des termes comme « juste », « seulement ». Son discours est descriptif et ancré au niveau contextuel.

Exemple : « comme il n'y a pas de parenthèses, c'est seulement la valeur « a » que l'on multiplie par elle-même. »

II – Choix incorrect / Justification incorrecte : légal et formel scolaire:

L'élève utilise souvent des verbes modaux, comme « pouvoir », ou « avoir le droit » pour justifier son choix incorrect, en se centrant sur le rôle joué par les parenthèses. Par ces recours, il donne une dimension légale à son discours qui le situe au niveau formel scolaire.

Exemple : « on peut mettre une parenthèse, cela ne change rien sauf lors d'un calcul, quand il y a des priorités. »

II – Choix incorrect / Justification incorrecte : explicatif et formel

L'élève a recours à la causalité en commençant son discours justificatif par « car ». Son discours relève de l'explication avec l'utilisation d'arguments formels erronés.

Exemple : « car on multiplie de gauche à droite »

Code	Registre	Niveau	Exemple	Marqueurs	Nombre
CC	<i>Argumentation opposition</i>	Conceptuel	Dans la première partie de l'équation, seul a est au carré alors que dans la deuxième, le produit de $2a$ est au carré	<i>tandis que , et non pas, alors que</i>	14 (sur 19 CC) 12 Gr1 2 Gr2
CC	<i>Argumentation coordination</i>	Conceptuel	car $2a^2$, c'est a qui est au carré. Et $(2a)^2$, c'est $2a$ qui est au carré.	<i>Et, donc</i>	5 (sur 19 CC) 3 Gr1 2 Gr2
CP	<i>Descriptif restriction</i>	Contextuel	comme il n'y a pas de parenthèses, c'est seulement la valeur « a » que l'on multiplie par elle-même	<i>C'est juste, seulement,</i>	4 (sur 8 CP) 2 Gr1 2 Gr2

II	<i>Explicatif</i>	Formel	car les deux résultats sont égaux.	<i>Car</i>	2 (sur 5 II) 2 Gr2
II	<i>Légal</i>	Formel scolaire	on a le droit de mettre des parenthèses à un chiffre	<i>On a le roit, on peu</i>	2 (sur 5 II) 2 Gr2
CC, CP, CI, II <i>hors catégories repérées</i>			2 CP (sur 8), 3 CI (sur 3), 1 II (sur 5), 16 non justifiés		

Tableau 7 : réponses associées à l'égalité $2a^2 = (2a)^2$

5 Interprétation de l'analyse d'un point de vue didactique

L'étude empirique que nous venons de développer, montre que les élèves utilisent de façon récurrente des structures linguistiques formelles pour exprimer leurs justifications en langage mathématique et que l'usage de ces formes révèle des niveaux d'avancée différents dans la pensée algébrique. Il s'agit d'interpréter ces résultats d'un point de vue didactique.

5.1 Concernant l'égalité $a^3 a^2 = a^5$

Le fait que cette égalité vraie soit proche d'une règle souvent vue en cours par les élèves, joue un rôle essentiel. Cela décourage chez de nombreux élèves l'usage du registre argumentatif. Seuls ceux ayant, a priori, atteint un niveau avancé dans la compétence algébrique produisent une justification de niveau conceptuel : les élèves concernés ont répondu correctement à l'ensemble des questions et ont passé l'ensemble du test avec un certain succès. Inversement, l'usage du registre descriptif est favorisé : il s'appuie sur le contexte représenté par l'égalité donnée pour le rapprocher de la règle « bien connue » : $a^m a^n = a^{m+n}$. Pour les mêmes raisons, les élèves ayant fait un choix incorrect, reconnaissant néanmoins une règle vue dans le cours, ont souvent recours à un discours de type légal.

5.2 Concernant l'égalité $a^2 = 2a$

À l'inverse de l'égalité précédente, le fait que l'égalité soit fautive et non « semi-calquée » sur une règle d'algèbre du cours, fait que le registre descriptif est relativement peu utilisé. On note également de ce fait une quasi-absence du registre légal en ce qui concerne les justifications de réponses incorrectes qui restent dans un mode explicatif. En revanche, dans ce cas de figure, un nombre plus important d'élèves a recours à un registre de type argumentatif. Ces derniers justifient leur choix en mettant en relation les deux membres de l'égalité en spécifiant le type de relation (l'opposition) ou à travers l'emploi d'une conjonction de coordination.

5.3 Concernant l'égalité $2a^2=(2a)^2$

Le cas de cette égalité est à rapprocher du cas précédent, à savoir la mise en relation des deux membres de l'égalité fausse. Néanmoins, concernant les élèves ayant apporté une réponse incorrecte, la justification produite s'inscrit à nouveau parfois dans le registre du légal. Ce recours au légal n'est plus sollicité par la forme de l'égalité (qui ne réfère pas à une règle vue en cours) mais plutôt par un élément précis de son contenu, les parenthèses. La parenthèse a une fonction et c'est cette fonction qui est explicitée dans le registre légal. D'une part les parenthèses semblent attirer l'attention, comme seul élément variant d'un membre de l'égalité à l'autre. D'autre part, les élèves tentent de rappeler le rôle de ce symbole, souvent mis en avant ou explicité par les professeurs en cours de mathématiques.

6 Résultats

L'interprétation de nos analyses nous a permis de mettre en relation d'une part l'usage de structures de phrase complexes et de marqueurs linguistiques et, d'autre part, des caractéristiques de la tâche considérée (par exemple la structure syntaxique marquant l'opposition pour le cas d'égalités fausses). Elle nous a permis de dégager des variables relatives aux égalités données qui nous paraissent influencer le type de discours justificatif produit par les élèves :

- *égalité vraie / fausse*
- *complexité des expressions algébriques (qui peuvent être développées, réduites...)*
- *présence dans l'égalité d'éléments variants/invariants (d'un membre à l'autre)*
- *présence dans l'égalité d'éléments spécifiques des cours d'algèbre (tels les parenthèses, ou la proximité apparente de règles algébriques usuelles, etc.)*

7 Perspectives

Cette étude exploratoire ouvre des perspectives selon trois directions :

Tout d'abord, il s'agit de tester certaines des hypothèses de travail *a priori* sur lesquelles nous nous sommes appuyées tant d'un point de vue didactique que linguistique : nous devons confronter les hypothèses sur l'avancée en algèbre d'élèves que nous formulons à partir de l'analyse linguistique de leurs discours, aux profils cognitifs en algèbre établis par le logiciel Pépité (à partir de l'analyse de leurs réponses à l'ensemble du test). Une confrontation systématique entre réussite au test, profils cognitifs et analyse linguistique des productions d'élèves permettra d'attester de la pertinence de notre étude.

Nous envisageons également de tester la typologie élaborée sur un autre corpus de données. Il s'agit de proposer un test comportant des questions relatives au même type de tâches (*valider ou invalider l'égalité de deux expressions algébriques*), élaborées en modulant les variables dégagées par l'étude (égalité vraie/fausse, complexité des expressions algébriques, etc.). Notre objectif est ici de vérifier nos hypothèses sur l'influence du type d'égalité mathématique sur les réponses des élèves.

Enfin il s'agit d'améliorer le système de diagnostic automatique de Pépité. Sur la base de nos premiers résultats, nous pouvons envisager d'implémenter un système capable

premièrement d'évaluer le caractère correct/incorrect des justifications produites en langage mathématique par les élèves. Deuxièmement en étudiant plus en profondeur la justifications à l'aide des critères linguistiques dégagés (marqueurs et structures grammaticales) il deviendra possible d'assigner un niveau de rationalité algébrique pour compléter le profil cognitif existant.

Pour chacune de ces trois perspectives, une coopération avec des spécialistes d'extraction et de gestion de connaissances nous semblerait fructueuse pour dépasser le stade de l'étude exploratoire afin de valider et d'approfondir nos hypothèses de travail et de rendre opérationnels nos résultats.

8 Références

[Aleven et al 02] V. Aleven, O. Popescu, K. Koedinger, Pilot-Testing a Tutorial Dialog System That Supports Self-Explanation, Proceedings of ITS'2002, Biarritz (France), 5-8 juin 2002. Cerri S., Gouardères G., Paraguaçu F. (eds.), Springer-Verlag, p. 344-354.

[Arroyo et al 01] I. Arroyo, R. Conejo, E. Guzman, B. P. Woolf, An Adaptive Web-Based Component for Cognitive Ability Estimation, in J.D. Moore et al. (Eds.), Artificial Intelligence in Education, IOS Press, 2001, 456-466.

[Artigue et al 01] M. Artigue, T. Assude, B. Grugeon, A. Lenfant, Teaching and Learning Algebra : approaching complexity through complementary perspectives, In Helen Chick, Kaye Stacey, Jill Vincent, John Vincent (Eds), The future of the Teaching and Learning of Algebra, Proceedings of 12 th ICMI Study Conference, The University of Melbourne, Australia, December 9-14, 2001, 21-32.

[Austin 62] J. L. Austin, How to do the things with words. Cambridge, Cambridge University Press, 1962

[Ducrot 84] O. Ducrot, Le dire et le dit, Paris, Minuit 1984

[Daniel et al 92] M. P. Daniel, L.Nicaud, V. Prince, M. P. Péry-Woodley, Apport du Style Linguistique à la Modélisation Cognitive d'un élève, C. Frasson, G. Gauthier, G. MacCalla (Eds.), Intelligent Tutoring Systems, Montreal, 1992, Springer-Verlag, 252-259

[Delozanne et al 03] É. Delozanne, D. Prévité, B. Grugeon, P. Jacoboni, Supporting teachers when diagnosing their students in algebra, Workshop Advanced Technologies for Mathematics Education, Supplementary Proceedings of Artificial Intelligence in Education, Sydney, July 2003, 461-470.

[Delozanne et al 00] É. Delozanne, P. Jacoboni, S. Jean, B. Grugeon, Assessing Students' Competence in Algebra, Workshop "Learning Algebra with the Computer, a transdisciplinary Workshop", ITS 2000, Montreal, June 2000.

[Grugeon 95] B. Grugeon, Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G, thèse de doctorat, Université Paris VII, décembre 1995.

- [Jean et al 99] S. Jean, E. Delozanne, P. Jacoboni, B. Grugeon, A diagnostic based on a qualitative model of competence in elementary algebra, in S. Lajoie, M. Vivet, AI&ED'99, IOS Press, Amsterdam, , Le Mans (1999) 491-498
- [Hefferman et al 02] N. Hefferman, K. Koedinger, An Intelligent Tutoring System Incorporating a Model of an Experienced Human Tutor, Proceedings of ITS'2002, Biarritz (France), 5-8 juin 2002. Cerri S., Gouardères G., Paraguaçu F. (eds.), Springer-Verlag, p. 596-608.
- [Kay 00] J. Kay, Stereotypes, Student Models and scrutability, in G. Gauthier, C. Frasson, K. VanLehn (eds.), Intelligent Tutoring Systems, 5th International Conference, ITS 2000, Montreal, Canada, June 2000, 19-30.
- [Kieran 92] C. Kieran, The Learning and Teaching of School Algebra, Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning, Douglas Grouws Ed. Macmillan publishing company, 1992.
- [Péry-Woodley 93] M.-P. Péry-Woodley, Textual Clues for User Modeling in an Intelligent Tutoring System, notes et documents LIMSI, N° 93-21
- [Prince 95] V. Prince, Indices linguistiques pour la construction d'un modèle automatique d'analyse et de production des explications, *Actes de l'atelier de recherches GENE du PRC-IA*. SupTelecom ed. 141-155
- [Rasseneur et al 02] D. Rasseneur, E. Delozanne, P. Jacoboni, B. Grugeon, Learning with virtual agents: Competition and Cooperation in AMICO, Proceedings of ITS'2002, Biarritz (France), 5-8 juin 2002. Cerri S., Gouardères G., Paraguaçu F. (eds.), Springer-Verlag, p. 61-70.
- [Rosé et al 03 a] C. P. Rosé, A. Roque, D. Bhembe, K. VanLehn, 2003, A Hybrid Text Classification Approach for Analysis of Student Essays, Proceedings of the HLT-NAACL 03 Workshop on Educational Applications of NLP.
- [Rosé et al 03 b] C. P. Rosé, A. Roque, D. Bhembe, K. VanLehn, Overcoming the Knowledge Engineering Bottleneck for Understanding Student Language Input, in Ulrich Hoppe, Felisa verdejo, Judy Kay (eds.) Proceedings of Artificial Intelligence in Education, Sydney, July 2003, IOS Press, Amsterdam, 315-322.
- [Searle 69] J. R. Searle, Speech Acts, An essay in the Philosophy of Language, Cambridge, CUP, 1969