

# Modélisation cognitive en algèbre élémentaire : une conception itérative

## Une démarche de recherche

- Fonder la conception des EIAH sur une analyse a priori des usages
- « Il n'est plus possible de se préoccuper uniquement de la conception des produits en laissant à d'autres le soin d'en spécifier l'usage » [Bruillard et Vivet 1994]
- Intégrer les problématiques issues des recherches en IHM et ergonomie [Drouin et al 2001] [Tricot et al 2003]
- Ingénierie des EIAH [Tchounikine 2003]

## Norme ISO 13407

- Les 5 principes de la conception centrée utilisateur
  - Une analyse des besoins des utilisateurs, de leurs tâches et de leur contexte de travail
  - La participation active des utilisateurs à la conception
  - Une répartition appropriée des fonctions entre les utilisateurs et la technologie
  - Une démarche itérative de conception
  - L'intervention d'une équipe de conception multidisciplinaire

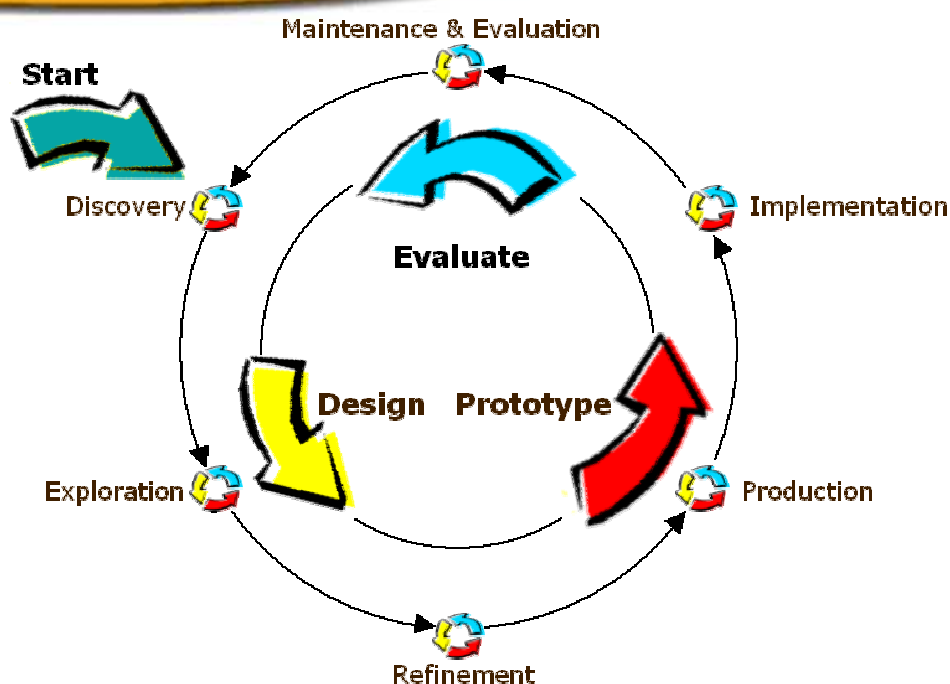
# Une méthodologie de recherche

- Conception participative et centrée utilisateur
- 5 règles [Bruillard et al 2000]
  - Partir d'un problème d'enseignement et d'une analyse didactique
  - Travailler au sein d'une équipe pluridisciplinaire
  - Construire des maquettes et des prototypes
  - Évaluer (formative) très tôt auprès des utilisateurs
    - enseignants, formateurs
    - étudiants, élèves
  - Centrer la conception sur les situations d'apprentissage

Le projet Pépité s'appuie sur

- Des questionnements théoriques :
  - Didactique en mathématiques [Grugeon 1995]
  - Instrumentation logicielle de l'activité des enseignants de mathématiques [Rabardel 1995, Rogalski 2003]
- L'analyse
  - des besoins des futurs utilisateurs
  - des situations d'usage
- Une conception itérative

## Une conception itérative Landay 2002



Le projet Pépité s'inscrit dans un projet plus large :

- Le projet Lingot [Delozanne et al 2002, 2003]
  - Objectifs  
Assister les enseignants dans la régulation des apprentissages en algèbre élémentaire
  - Trois axes
    - axe diagnostic : le projet Pépité
    - axe apprentissage
    - axe instrumentation de l'activité des enseignant

- Objectifs  
Permettre aux enseignants
  - de dresser un bilan fin des compétences de leurs élèves (pas simplement repérer des erreurs mais aussi des fragilités et des leviers)
  - pour réguler les apprentissages scolaires
- Problématique  
Déterminer des profils cognitifs d'apprenants en algèbre

# Un exemple de réponse



Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit au joueur :  
" Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu retranches 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7."  
Indiquez si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

## Réponse

$$(x+8) \times 3 - 4 + x = 3x + 24 - 4 + x = 3x + 20 + x = 4x + 20 / 4 = x + 5 + 2 - x = 7$$

## Diagnostic (à confirmer sur l'ensemble du test)

- Leviers : utilisation de l'algèbre pour prouver
- Fragilités
  - utilisation du signe égal comme annonce de résultat
  - traduction abrégative
  - expression algébrique comme processus de calcul et non comme un objet mathématique
  - utilisation incorrecte des parenthèses
- Exploitation : travailler sur les expressions équivalentes

# D'autres exemples



Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit au joueur :  
" Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu retranches 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7."  
Indiquez si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Diagnostic (partiel)

Preuve par l'exemple numérique

$$3 + 8 = 11$$

$$11 \times 3 = 33$$

$$33 - 4 = 29$$

Exploitation

$$29 + 3 = 32$$

Situation nécessitant l'usage de l'algèbre

$$32 / 4 = 8$$

$$8 + 2 = 10$$

$$10 - 3 = 7$$

- Les Hypothèses
  - H1 : Les réponses des apprenants à des problèmes bien choisis révèlent des cohérences dans leur raisonnement
  - H2 : Détecter ces cohérences permet aux enseignants de définir des stratégies différenciées d'enseignement
- Un premier prototype sous forme d'outil de diagnostic papier-crayon

- Un ensemble d'exercices papier-crayon
  - Tâches de production et transformation d'expressions, de modélisation, de généralisation et de preuve, d'interprétation
- Une structure d'analyse multidimensionnelle
  - Grille d'analyse des réponses des élèves s'appuyant sur le modèle de compétence algébrique
- Profil d'un élève :
  - Description quantitative (réussite/échec)
  - Description qualitative
    - Types de traitement algébrique privilégiés, maîtrise du calcul algébrique, flexibilité entre deux registres de représentations, type de rationalité
  - Description de la flexibilité entre registres de représentation



## Résultats intéressants du point de vue du projet informatique

- Modèle multidimensionnel de la compétence algébrique
  - **Un outil de diagnostic papier-crayon**
- Cohérences de fonctionnement en algèbre
  - **Profils cognitifs : situer l'élève par rapport au modèle**
- Diversité des entrées possibles dans le champ de l'algèbre
  - **Différentes stratégies d'enseignement**

- Outil papier-crayon testé
  - sur 600 élèves de troisième dont les productions sont corrigées « à la main » par les enseignants à l'aide d'une grille de codage
  - avec des enseignants de profils différents
- Résultats (parmi d'autres)
  - Permet de comprendre les difficultés des élèves
  - Impossible à gérer « à la main » par les enseignants
  - Nécessité d'automatiser au moins partiellement le diagnostic

- Les hypothèses
  - H1 : Il est possible de recueillir sur machine des réponses d'élèves suffisamment riches pour un diagnostic cognitif
  - H2 : Il est possible d'automatiser (au moins partiellement) le diagnostic
  - H3 : Les profils cognitifs élaborés par le logiciel aideront les enseignants à réguler les apprentissages en algèbre
- Un second prototype le logiciel Pépité [Jean 2000]

## Le logiciel Pépité : cycle N° 2

Utilisateurs:  
Elèves

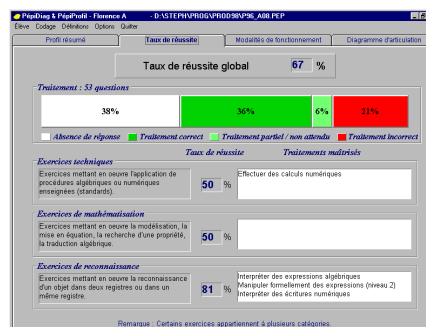
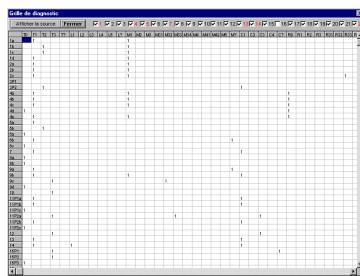
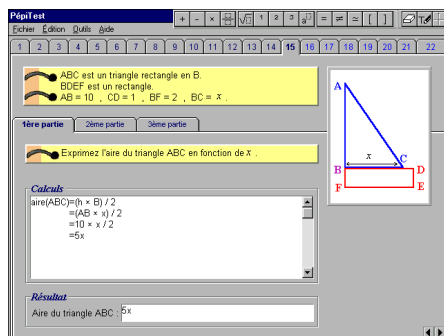
**PÉPITEST**

Logiciel

**PÉPIDIAG**

Professeurs, Chercheurs  
Elèves ?

**PÉPIPROFIL**



Interprétation des données

Analyse transversale



- Testé pendant 3 ans dans différents contextes  
[Delozanne et al 2002, Rogalski 2003]
- Pour les chercheurs
  - Pas de réduction du spectre des réponses des apprenants
  - Recueil d'un corpus électronique de réponses d'élèves
  - Expertise réifiée dans le prototype, testable et partageable
- Pour les enseignants
  - Repérage de compétences ou de fragilités non remarquées auparavant
  - Travail sur les profils des apprenants intéressant dans certains contextes

- Des problèmes soulevés
  - Des inconsistances dans la grille d'analyse
  - Des difficultés à entrer dans l'analyse didactique
  - Des différences avec les pratiques usuelles de diagnostic
- Les attentes des enseignants
  - Des stratégies pour faire évoluer l'apprenant à partir du diagnostic
  - Des exercices et des tests adaptés à différents niveaux
  - Un bilan du logiciel à destination des apprenants
  - Une géographie de la classe (pas seulement des résultats cumulés)
  - Un diagnostic complètement automatique

- Les hypothèses
  - H1 : il est possible d'articuler diagnostic individuel et gestion de la classe dans son ensemble
  - H2 : il est possible d'envisager un **diagnostic automatique avec un certain coefficient de fiabilité.**
    - questions ouvertes : langage naturel (**demain**) et en **langage algébrique ?**
  - **H3 : il est possible d'adapter le diagnostic à différentes situations et différents contextes**
- Un Pépite amélioré, téléchargeable
  - <http://pepite.univ-lemans.fr>

## Vers un diagnostic automatique : cycle N° 3

- Analyse des expressions algébriques sur plusieurs lignes

Khemarak	Nicolas
Soit 5 un nombre $((5+8) \times 3 - 4 + 5) / 4 + 2 - 5 = 7 ?$ $((13) \times 3 - 4 + 5) / 4 + 2 - 5 = 7 ?$ $(39 - 4 + 5) / 4 + 2 - 5 = 7 ?$ $10 + 2 - 5 = 7 ?$	$3 + 8 = 11$ $11 \times 3 = 33$ $33 - 4 = 29$ $29 + 3 = 32$ $32 / 4 = 8$
$10 - 3 = 7 ?$ $7 = 7 ?$ Oui donc cela marche	$8 + 2 = 10$ $10 - 3 = 7$
Preuve par l'exemple	Preuve par l'exemple
expression globale parenthésée	expression partielle
écritures correctes	écritures correctes

- Analyse des expressions algébriques sur plusieurs lignes

<b>Karine</b>	<b>Laurent</b>
$x + 8 = 8x$ $8x$ $3 \times 8x = 24+3x= 27x$ $27x-4 = 23x$ $23x+x=24x$ $24x/4=6x$ $6x+2=8x$ $8x-x=7$	$=[(x+8) \times 3-4+x]/4+2-x$ $=(3x+24-4+x)/4+2-x$ $=4x+20/4 + 2-x$ $=x+5 +2-x$ $=7$
<b>formel scolaire</b>	<b>preuve algébrique</b>
<b>expression partielle enchaînée en succession d'opérations</b>	<b>expression globale parenthésée</b>
<b>= annonce un résultat identification incorrect de + et x (assemble les termes)</b>	<b>erreur de parenthèse avec mémoire de l'énoncé</b>

- Pépité : batterie d'exercices figés utilisables une seule fois à un seul niveau de classe
- La nécessité d'adapter les tests et le diagnostic
  - à différentes étapes de la construction des compétences en algèbre
  - à différentes situations d'évaluation et contextes d'utilisation
- Objectif : la conception d'un nouveau système SuperPépité
- Problème : Comment passer d'un diagnostic ad hoc à un diagnostic plus générique

- Coté élève : comprendre les difficultés des élèves et produire des modélisations exécutables
  - Cycle N°1 (1995) : outil papier-crayon  
Problématique de modélisation
    - des compétences de l'élève
    - de leur diagnostic
  - Cycle N° 2 (2000) : logiciel Pépite
    - systématisation
    - réification du modèle de compétence
    - diagnostic semi-automatique

- Coté enseignant : produit innovant en rupture avec les pratiques usuelle , faciliter la genèse instrumentale
  - Cycle N°3 (2000-2004) : Étude de l'exploitation du diagnostic :
    - vers un diagnostic automatique (langage naturel, raisonnement algébrique)
    - grouper les élèves d'une classe (stéréotypes)
  - Cycle N° 4 (2005-2006) :
    - diagnostic plus générique (classes d'exercices)
    - test adaptables et adaptatifs

- Une leçon :
  - Premiers prototypes centrés sur la faisabilité d'un système
    - une modélisation cognitive des apprenants
  - Les retours d'usages ont montré la nécessité de travailler sur
    - l'exploitation de cette modélisation par les enseignants
- Conséquences :
  - Diagnostic assisté/automatique : fiabilité, raisonnement, langue naturelle
  - Diagnostic individuel/groupe
  - Diagnostic ad hoc/générique

- La construction de prototypes permet
  - Aux enseignants de préciser leurs attentes, de manipuler l'expertise didactique et d'inventer de nouveaux usages
  - Aux chercheurs du projet de tester leurs idées
  - Aux chercheurs d'autres projets
    - D'étudier le corpus de réponses d'élèves recueilli
    - De tester par eux-mêmes les prototypes produits
- Essayez vous-mêmes :
  - <http://pepite.univ-lemans.fr>